

# Narration d'une expérience de recherche en club de maths

Thierry Bonjean  
professeur de mathématiques  
et animateur du club  
au lycée Atlantique de Luçon

*Un mathématicien qui vient poser de bonnes questions, qui sait adapter son discours à des élèves du secondaire et soutenir un prof lorsque ses connaissances mathématiques sont insuffisantes, quelques bonnes volontés dans l'établissement, ... vous avez tout sous la main pour proposer un club de mathématiques et passer une année extraordinaire avec une quinzaine d'élèves motivés qui décident de leur sujet de recherche.*

*J'ai choisi de rédiger cet article comme une narration de recherche pour bien rapporter la démarche du groupe. J'espère que la lecture n'en sera pas trop fastidieuse mais l'année fut tellement riche qu'en tronquer ne serait-ce qu'un iota me paraîtrait trahir les élèves qui se sont lancés dans ce projet. J'espère aussi que ces quelques pages donneront envie à beaucoup d'entre vous de se lancer dans une expérience de mathématiques « hors classe », semblable ou pas, mais adaptée à votre personnalité et surtout à celle des élèves.*

*Pour ceux qui préféreront une approche plus didactique du sujet abordé, je conseille l'article de François Sauvageot, le mathématicien chercheur qui a travaillé avec nous.*

- **Le contexte :**

Le club de maths du lycée fonctionne depuis la rentrée 2007 avec des élèves volontaires de la seconde à la terminale, toutes filières confondues. Dans les faits, il faut reconnaître que seuls les élèves des filières générales (L, ES & S) se sont, pour l'instant, engagés dans cette démarche, mais... il faut laisser aux préjugés le temps de s'évaporer.

La première année les réunions avaient lieu sur le créneau horaire de la semaine réservé aux réunions entre enseignants, aux heures de « vie de classe », à des devoirs pour certains groupes, ... et par conséquent avec un groupe à la composition fluctuante. Ce n'était pas très facile, mais cela a permis de prouver l'attachement des élèves à cette activité puisqu'ils ont mené leurs travaux sur « le hasard » jusqu'au bout, c'est-à-dire jusqu'à la présentation au forum régional « Faites de la science ». Cette année le club se réunissait tous les vendredis en dernière heure de la semaine (quand les autres étaient déjà partis en weekend). Les élèves ont aussi souhaité utiliser les deux heures laissées libres par les TPE une fois l'examen passé pour travailler seuls, ce qui a pu se faire à chaque fois que des collègues ne récupéraient pas ces heures pour « boucler les programmes ». Nous nous sommes également réunis quelques mercredis après-midi et une après midi entière chez un des participants pendant les vacances de printemps. Les parents ont dû trouver un peu surréaliste d'avoir un groupe de jeunes accompagnés d'un prof et d'un mathématicien dans leur salon, mais ils se sont prêtés au jeu de très bon gré.

- **Le principe fondateur :**

Le principe initial du club était le suivant :

- Les élèves choisissent un sujet d'étude ;
- ils montent (si possible imaginent) une expérience qui permette à la fois de se poser des questions, de comprendre, de vulgariser la notion mathématique induite par le sujet choisi ;
- on essaie d'expliquer les résultats observés, de les approcher par un modèle mathématique et de les enrichir ;
- l'animateur et les autres personnes ressources sont au service de leurs idées.

**Il s'agit donc que les élèves ne soient jamais en position « d'exécutants » des idées d'un adulte, aussi intéressantes soient-elles.** Toutefois, en cas d'impasse, l'adulte est là aussi pour débloquer la situation et relancer l'intérêt par de nouvelles questions. Du scénario de la pièce au jeu en passant par la mise en scène et la scénographie, ce sont donc les élèves qui tiennent tous les rôles et décident de tout en ce qui concerne le travail à mener. Les adultes sont des assistants, des techniciens, des référents qui les aident à réaliser le projet.

### • Le choix du sujet

Les principes sont faits pour être mis à l'épreuve. Donc en début d'année, comme je voulais essayer de varier les expériences, j'ai proposé aux élèves des problèmes issus du site de MATH.en.JEANS<sup>1</sup>. Je les ai peut-être mal présentés ou ceux qui avaient travaillé sur « le hasard » l'année précédente avait été séduits par la formule, sûrement un peu des deux. Toujours est-il que les « anciens » ont vite convaincu les nouveaux venus de continuer selon notre « principe fondateur ».

La semaine suivante ils me proposaient comme sujet : « **le chaos** » !

Wided et Audrey qui semblaient être à l'initiative de l'idée me disent quelque chose du genre « *Nous nous sommes souvenus que vous nous aviez montré l'an dernier un calcul qui se comportait bizarrement sur un tableur et vous nous aviez parlé de chaos, d'ordre, de désordre, ...* » Il n'en avait pas fallu plus : Cinq minutes en seconde pendant lesquelles j'avais montré en cours les effets que pouvaient avoir les arrondis fait par un tableur en itérant les calculs suivants :  $x_{n+1} = 3,99(x_n - x_n^2)$  sur une ligne et  $x_{n+1} = 3,99x_n - 3,99x_n^2$  sur une autre ligne, avec  $x_0 = 0,1$ , et prononcé le mot de chaos...

Une légère panique faillit me submerger : je n'y connaissais rien de plus que ce que tout un chacun a pu entendre par bribes à la radio ou lire dans des revues de vulgarisation. Il me semblait avoir entendu qu'il y avait un rapport avec les systèmes dynamiques, et j'imaginai donc qu'on aurait besoin d'équations différentielles. En première ! Comment faire ? Je me sentais totalement incapable d'opérer la transposition didactique qui permette aux élèves d'aboutir dans leur projet. Il fallait se rendre à l'évidence, je n'avais pas les compétences mathématiques nécessaires pour être ressource très longtemps sur un tel sujet. Mais il fallait être cohérent, si je ne voulais pas tuer dans l'œuf leur enthousiasme et leur curiosité, je devais jouer le jeu en respectant leur choix. En plus, je dois avouer que le défi m'excitait aussi. De toute façon, ils ne me laissèrent guère le

---

<sup>1</sup> <http://mathenjeans.free.fr/amej/accueil.htm>

choix : « *tant mieux, on cherchera ensemble !* » me dit Wided. Il était cependant clair qu'on devait se mettre très vite en quête d'une personne ressource si on ne voulait pas passer « à côté » du sujet. C'est ainsi que plusieurs adultes se sont retrouvés à m'aider : (dans l'ordre d'apparition) un collègue de mathématiques<sup>2</sup>, un collègue de philosophie<sup>3</sup>, un mathématicien<sup>4</sup>, un agent de service<sup>5</sup> et un technicien de laboratoire<sup>6</sup>. Et je ne cite pas tous ceux, proviseur, intendant, secrétaires, organisateur<sup>7</sup> du concours « Faites de la science »<sup>8</sup> à Nantes, membres du CIJM<sup>9</sup>, ... qui ont permis la participation du club au concours et au salon « Culture et Jeux Mathématiques »<sup>10</sup>.

Outre l'investissement des élèves, le succès de ce projet tient aussi au fait que j'ai reçu cette année le soutien de toutes ces personnes.

Notons toutefois que les deux élèves de terminale n'ont pas souhaité travailler sur ce sujet. Plus dans une logique de jeu, elles ont commencé à créer une banque d'exercices dont elles ont retravaillé les habillages, en vue d'organiser un rallye mathématique dans le lycée. Elles y ont travaillé avec Séverine et s'y sont tenues jusqu'aux vacances d'hiver. Mais le projet n'a pas abouti car elles n'arrivaient pas à concilier leur travail scolaire et la recherche d'exercices intéressants qui leur prenait trop de temps. C'est donc le travail fait sur le chaos qui sera relaté ici.

- **Les travaux initiaux** (avant la première rencontre avec François Sauvageot)

Au début, pour lancer la réflexion et m'assurer que le sujet les captiverait vraiment, je leur ai proposé deux situations :

---

<sup>2</sup> *Séverine Téréziak* : professeur de mathématiques stagiaire de l'IUFM

<sup>3</sup> *Philippe Soulier* : professeur de philosophie à qui je n'ai pu laisser qu'une heure auprès des élèves vue l'ampleur du sujet, mais qui s'est intéressé au projet d'un bout à l'autre et qui m'a beaucoup aidé par ses questions et sa réflexion

<sup>4</sup> *François Sauvageot* : mathématicien chercheur au CNRS, qui s'est déplacé trois fois pour travailler avec nous, qui est aussi venu voir les élèves à Nantes et à Paris, et dont les apports autant mathématiques qu'humains ont donné une toute autre dimension au projet dès le premier contact. [http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/~sauvageo/ma\\_page.html](http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/~sauvageo/ma_page.html)

<sup>5</sup> *Hervé Leblanc* : agent de service au lycée Atlantique de Luçon, dont les conseils ont été déterminants dans la finalisation des maquettes

<sup>6</sup> *Wilfrid Ferrand* : technicien de laboratoire, toujours à la disposition des élèves pour l'accès au laboratoire et l'utilisation des instruments

<sup>7</sup> *Pierre Nicolet* : professeur de chimie à l'université de Nantes, qui nous a toujours apporté son soutien moral dans cette entreprise

<sup>8</sup> [http://www.sciences-techniques.univ-nantes.fr/61510427/0/fiche\\_actualite/&RH=SET\\_FRI](http://www.sciences-techniques.univ-nantes.fr/61510427/0/fiche_actualite/&RH=SET_FRI)

<sup>9</sup> *Martine Janvier* : professeur de mathématiques participant à l'opération « MATH.en.JEANS », membre du Comité International des Jeux Mathématiques, qui a repéré le groupe lors de leur présentation au concours « Faites de la science » à Nantes

<sup>10</sup> Une interview de Marie-José Pestel à l'occasion du 10<sup>ème</sup> Salon Culture & Jeux Mathématiques ([http://www.cijm.org/index.php?option=com\\_frontpage&Itemid=105](http://www.cijm.org/index.php?option=com_frontpage&Itemid=105)) que nous tenons à remercier pour son aide déterminante dans l'organisation du voyage à Paris

- une ayant une apparence de désordre (mais une apparence seulement)
- une faisant apparaître un attracteur

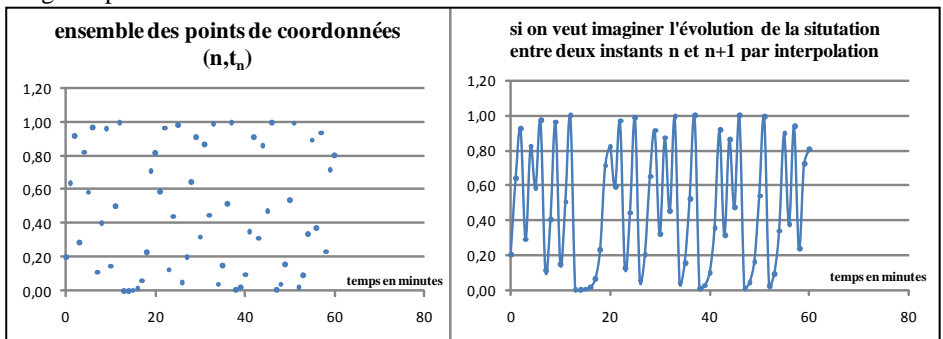
**Première activité :** Pour la situation ayant une apparence de désordre, je reprenais, sans leur dire l'idée de la suite logistique  $x_{n+1} = r(x_n - x_n^2)$  avec  $r=4$  et  $x_0 = 0,2$ , et je l'habillais avec une expérience de physique qui, certes ferait bondir un physicien, mais qui me paraissait pouvoir suggérer l'idée à mettre en œuvre pour retrouver de l'ordre de la situation.

*« Lors d'une réaction chimique, on relève la température toutes les secondes. On obtient le tableau suivant :*

Instant	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
température	0,2	0,64	0,922	0,289	0,822	0,585	0,971	0,113	0,402	0,962
Instant	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
température	0,504	1	0	0,001	0,004	0,016	0,062	0,232	0,712	0,82
Instant	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
température	0,59	0,967	0,126	0,442	0,986	0,054	0,203	0,648	0,912	0,32
Instant	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
température	0,871	0,45	0,99	0,04	0,154	0,52	0,998	0,006	0,025	0,098
Instant	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
température	0,353	0,914	0,315	0,863	0,472	0,997	0,013	0,05	0,188	0,612
Instant	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
température	0,95	0,19	0,615	0,947	0,201	0,641	0,92	0,294	0,83	0,565

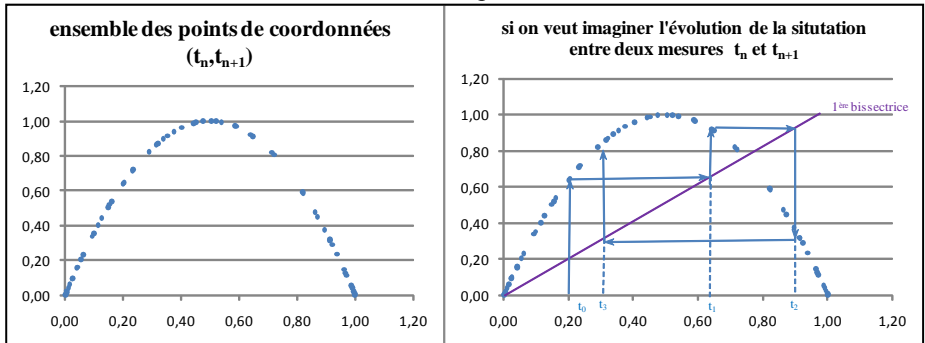
*Pensez-vous qu'une prédiction de la température à l'instant 61 soit envisageable ? »*

Immédiatement, les élèves se sont dit que, si une prédiction était possible, il devait y avoir un lien entre l'instant de la mesure et la température relevée. Le travail fait en seconde sur les fonctions les a aussitôt conduit à ouvrir un tableur pour représenter un nuage de points.



Leur première réaction fut donc que l'on ne pouvait rien prévoir, et que, s'il existait une fonction donnant la température en fonction du temps, elle ne ressemblait à rien de ce qu'ils connaissaient... Cependant, beaucoup plus rapidement que je l'aurais imaginé, un groupe a émis l'idée que la température à un instant donné devait « forcément » dépendre de la température à l'instant précédent. Une fois cela dit, ils étaient un peu

bloqué car nous n'avions pas encore abordé les suites et ils ne voyaient pas où était la variable. Nous ne l'avons pas modélisé directement avec les suites, mais je leur ai dit qu'ils pourraient bientôt le faire et nous sommes revenus plus tard dessus en préparant la présentation des travaux pour le concours. Ils n'ont pas trouvé seuls la manipulation de leur tableur qui leur permettait de représenter la relation qu'ils voulaient mettre en évidence. Nous l'avons donc faite ensemble pour trouver ceci :



Et là, bien évidemment, ils ont reconnu une parabole et le petit exercice consistant à en retrouver une équation (s'inscrivant parfaitement dans ce qu'ils étaient sensés savoir faire) a suscité quelques discussions intéressantes. Certains avaient remarqué que le point de coordonnées (1 ; 0) appartenait à la courbe, d'autres avaient conjecturé que la courbe passait par l'origine (et vérifiait ou pas la validité de leur conjecture après), et d'autres s'étaient retrouvés avec un système de trois équations à trois inconnues pas toujours facile à résoudre.

Toujours est-il que leur surprise et leur plaisir d'avoir trouvé faisait vraiment plaisir et qu'il semblait, pour certains, qu'ils découvraient pour la première fois, l'intérêt d'une modélisation par les fonctions.

Ce n'est toutefois, je le répète, que plus tard que nous avons décrit cette situation par une suite.

Deuxième activité : Pour la situation faisant apparaître un attracteur, je leur proposais le « jeu du chaos », mais je me gardais bien de leur dévoiler ce nom à ce moment des travaux car certains auraient sauté sur le net et seraient tombés aussitôt sur une multitude de sites où ce jeu est décortiqué en long, en large et parfois ... de travers. Ce choix était principalement motivé par le fait que le contenu mathématique était à la portée d'élèves de 1<sup>ère</sup> (homothéties et suites), que la réalisation devait les inciter à utiliser un ordinateur et qu'il permettait de faire apparaître le caractère non prédictible de la disposition des points à quelques itérations, mais inéluctable à un grand nombre d'itérations. De plus, cela permettait à ceux qui avaient travaillé sur le hasard l'année précédente de partager avec les autres leur expérience de la génération d'une série « aléatoire » de nombres.