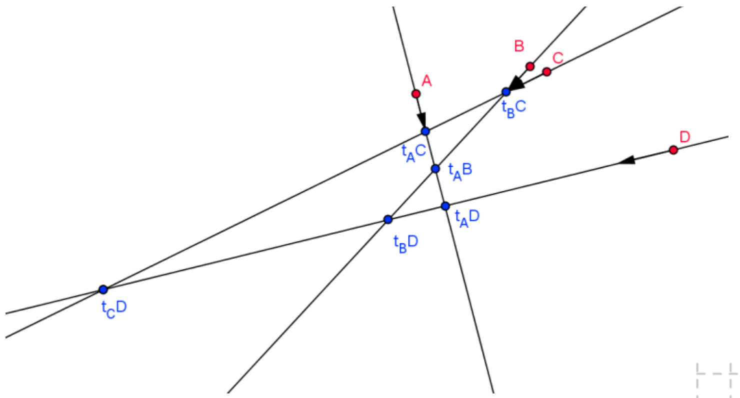
Le problème des quatre fourmis ou <u>l'intérêt d'introduire le temps comme une dimension supplémentaire</u>:

Quatre fourmis se déplacent sur une table avec des vitesses constantes, dans des directions différentes (sont en mouvements rectilignes uniformes dans un même plan et ont toutes des vecteurs vitesse différents), et de telle façon que si deux fourmis se croisent l'une passe par-dessus l'autre et continue sa route.

Supposons que:

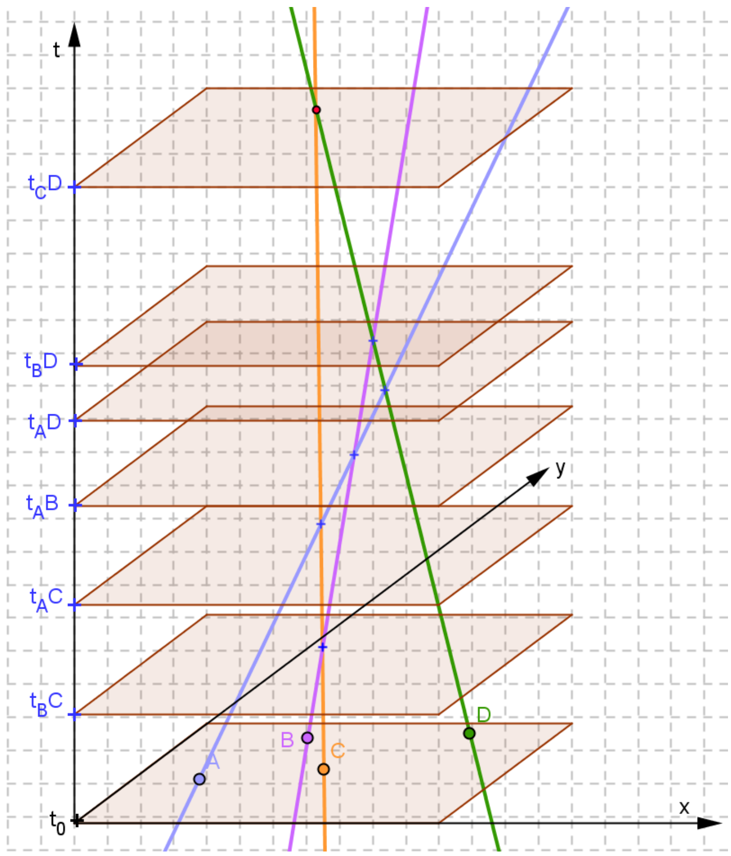
- les fourmis Anne et Bérénice se croisent au même instant t_{AB}
- les fourmis Anne et Calypso se croisent au même instant t_{AC}
- les fourmis Anne et Djenna se croisent au même instant t_{AD}
- les fourmis Bérénice et Calypso se croisent au même instant t_{BC}
- les fourmis Bérénice et Djenna se croisent au même instant t_{BD}
- $t_{AB} \neq t_{AC} \neq t_{AD} \neq t_{BC} \neq t_{BD}$

Le but est de montrer que les fourmis Calypso et Djenna se croisent au même instant t_{CD}



Faisons comme dans un film, c'est-à-dire prenons des photos de ces instants et représentons la situation en gardant les coordonnées x et y des fourmis dans le plan, mais en y ajoutant une troisième coordonnée: le temps.

On obtient:



Chaque droite dans cet espace-temps (deux coordonnées d'espace "ici" et une de temps "maintenant") modélise la trajectoire d'une fourmi:

- D_A celle d'Anne
- D_B celle Bérénice
- D_C celle Calypso
- D_D celle Djenna

$D_A \cap D_B = (x_{AB}; y_{AB}; t_{AB})$

donc D_A et D_B génèrent un plan (P)

$D_A \cap D_C = (x_{AC}; y_{AC}; t_{AC})$ et

$D_B \cap D_C = (x_{BC}; y_{BC}; t_{BC})$ donc $D_C \subset (P)$

$D_A \cap D_D = (x_{AD}; y_{AD}; t_{AD})$ et

$D_B \cap D_D = (x_{BD}; y_{BD}; t_{BD})$ donc $D_D \subset (P)$

Et comme D_D et D_C ne sont pas parallèles, il existe un plan d'équation $t = t_{CD}$ dans lequel elles sont sécantes.