Quelques « conclusions dialectiques » étonnantes :

« La moitié de quelque chose peut être égale en nombre à cette chose toute entière »

« La partie peut-être aussi grande que le tout. »

« Un tout peut être égale en nombre à ce même tout pris une multitude de fois. »

Y a-t-il une là-dedans contradiction logique ?

Vous savez ? Du genre 1=2… !

La langue française est-elle assez riche pour définir l'infini ?

Où vaut-il mieux passer dans le registre des mathématiques ?

Peut-on parler de l'infini sans contradiction logique ?

Oui à la condition de bien définir les choses ;

- de ne pas parler de nombre infini (ce qui aboutirait à des contradictions d'un point de vue des opérations en arithmétique)
- de ne pas dire ce qu'est « l'infini », mais ce qu'est une « chose infinie »

<u>Définition</u> : Un ensemble est dit infini lorsqu'il peut être mis en bijection avec l'une de ses parties propres.
(une partie propre n'est ni vide, ni égale à l'ensemble entier)

Notion de cardinal

Pour étendre la notion de "nombre d'éléments d'un ensemble" à des ensembles infinis, mais pour éviter les contradictions, les mathématiciens parlent de cardinal. Voici ce qu'ils disent précisément.

Définition : Lorsque deux ensembles sont en bijection, on dit qu'ils ont même cardinal. On note Card.

Card $\mathbb{N}$ est appelé cardinal du dénombrable et noté $\aleph_0$ (aleph zéro)

Pour des ensembles finis, avoir le même cardinal, c'est avoir le même nombre d'éléments.

Pour des ensembles infinis, avoir le "même cardinal", c'est avoir une caractéristique partagée avec tous les ensembles qui peuvent être mis en bijection avec lui. Et il y a alors, entre les cardinaux, une relation d'ordre (notée comme celle des nombres) et qui a la propriété suivante.

Théorème : Si E est un ensemble (fini ou infini) et si F est strictement inclus dans E, alors
Card F ≤ Card E.