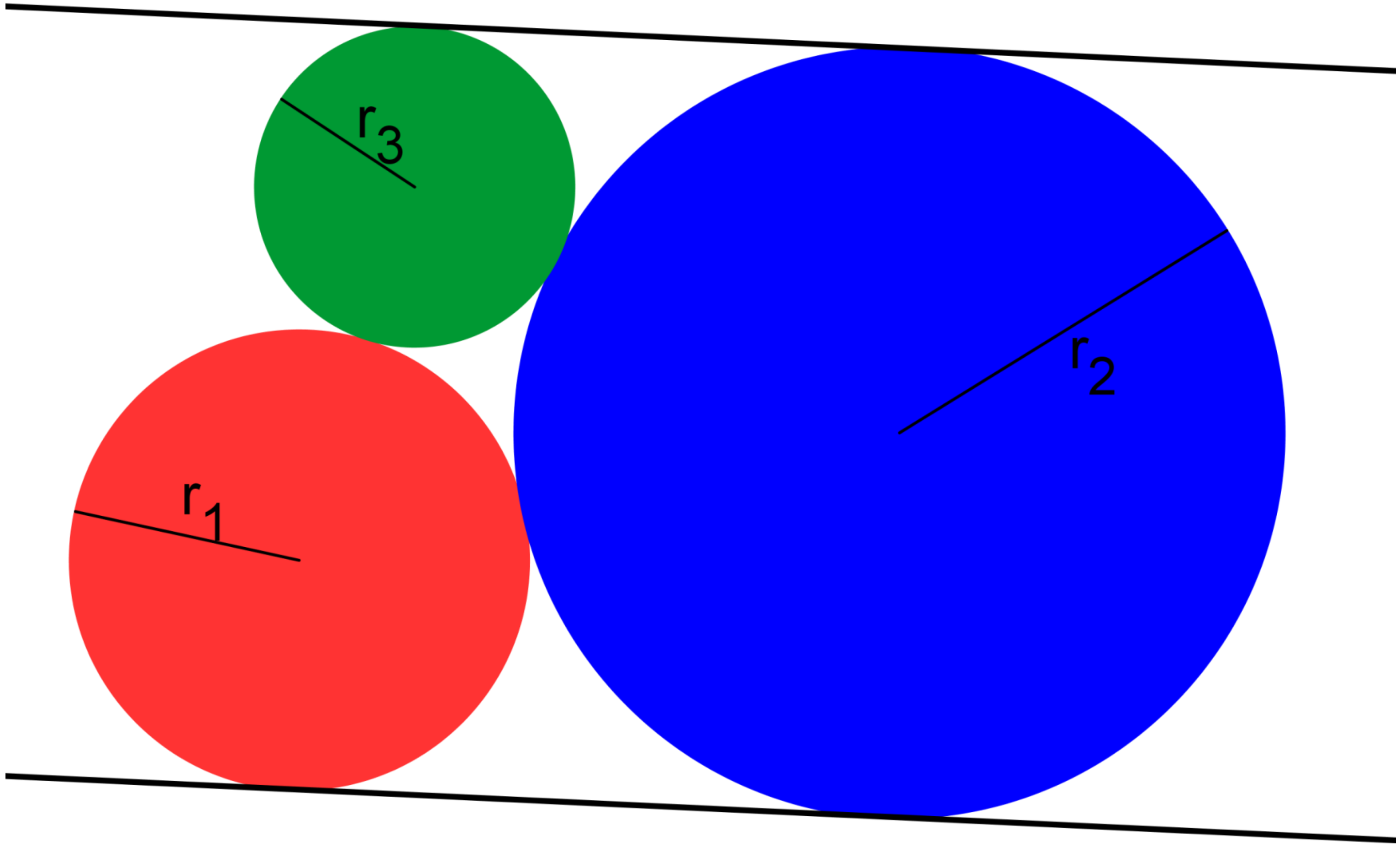
Enigmes géométriques japonaises

Trois assiettes entre deux baguettes



$r_2{}^2 = 4\, r_1 r_3$

démontrez-le...

Trois assiettes entre deux baguettes

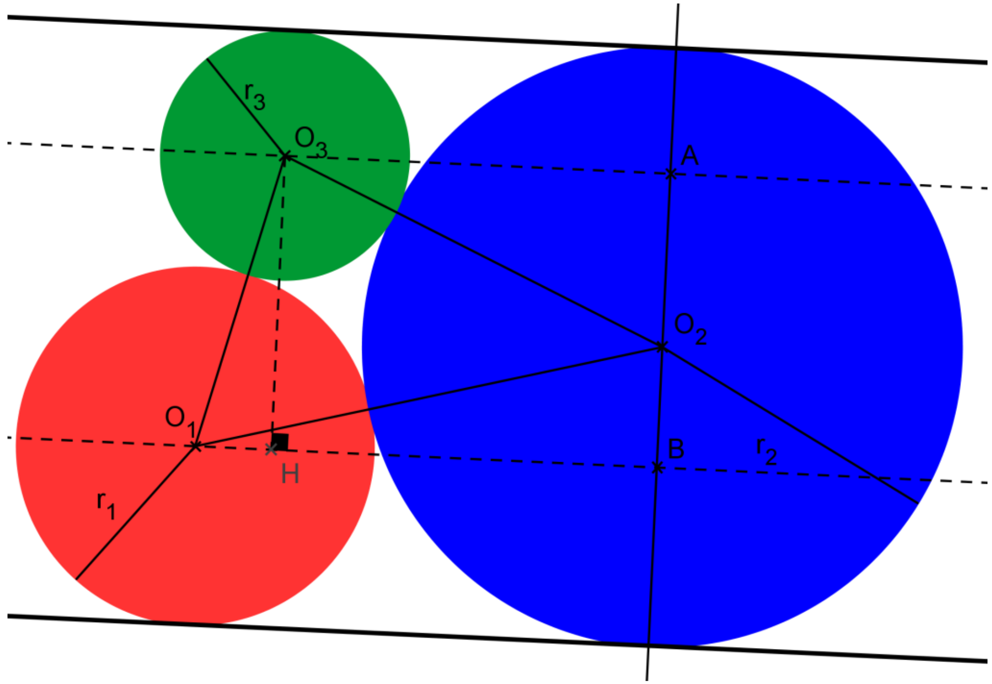
<u>Une solution</u> :

Les rôles des deux droites étant symétriques ainsi que ceux des cercles rouge et vert, on peut supposer que $r_3 < r_1$.

Le cas $r_3 = r_1$ est trivial (réfléchissez-y)

On utilise l'énigme

« deux assiettes sur une baguette »



$AO_3{}^2 = 4r_2r_3$ donc $AO_3 = 2\sqrt{r_2 r_3}$

$BO_1{}^2 = 4\, r_2r_1$ donc $BO_1 = 2\sqrt{r_2 r_1}$

$O_3H = 2r_2 - r_1 - r_3$

$O_1O_3 = r_1 + r_3$

$O_1H = BO_1 - AO_3 = 2\sqrt{r_2}\left(\sqrt{r_1} - \sqrt{r_3}\right)$

On a donc dans O_1O_3H: $(r_1 + r_3)^2 = 4r_2\left(\sqrt{r_1} - \sqrt{r_3}\right)^2 + (2r_2 - r_1 - r_3)^2$

Ce qui donne : $\left(\sqrt{r_1} - \sqrt{r_3}\right)^2 + r_2 - (r_1 + r_3) = 0$, soit encore : $r_2 = 2\sqrt{r_1 r_3}$

Et donc $$r_2{}^2 = 4\, r_1r_3$$