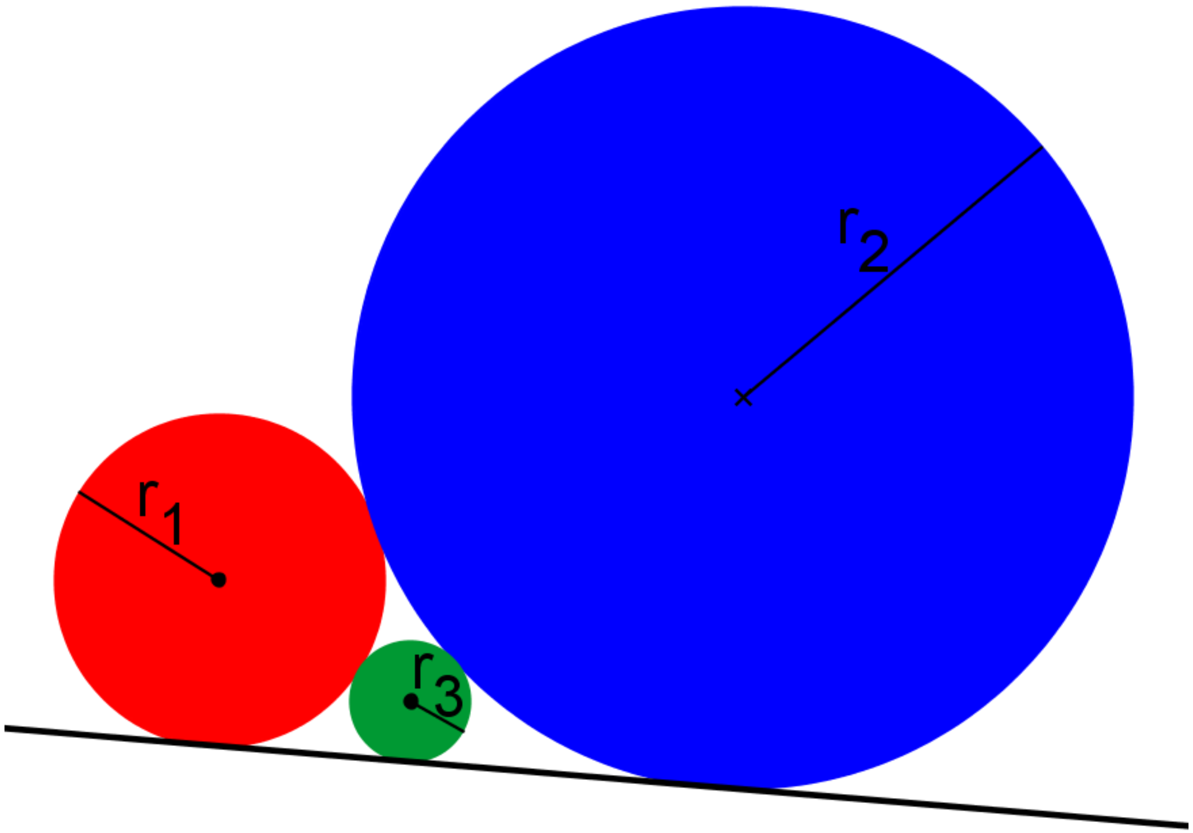
Enigmes géométriques japonaises

Les trois assiettes sur une baguette



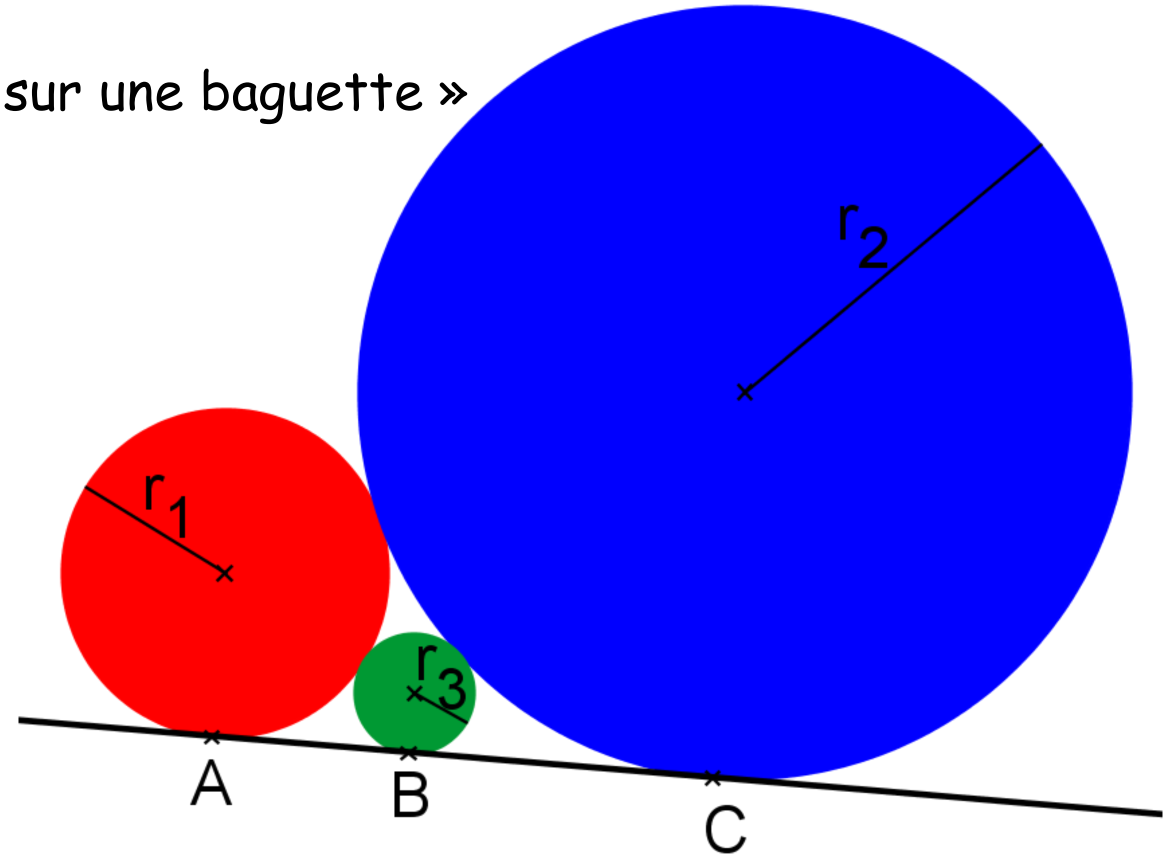
$$\frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}$$

démontrez-le...

Les trois cercles tangents (entre eux et à une droite)

<u>Une solution</u> :

On utilise l'énigme « deux assiettes sur une baguette »



$AB^2 = 4r_1r_3$ donc $AB = 2\sqrt{r_1r_3}$
$BC^2 = 4r_2r_3$ donc $BC = 2\sqrt{r_2r_3}$
$AC^2 = 4r_1r_2$ donc $AC = 2\sqrt{r_1r_2}$

Comme $AC = AB + BC$,
On a : $2\sqrt{r_1r_2} = 2\sqrt{r_1r_3} + 2\sqrt{r_2r_3}$
C'est-à-dire: $\sqrt{r_1r_2} = \sqrt{r_1r_3} + \sqrt{r_2r_3}$

En divisant chaque membre de l'égalité par $\sqrt{r_1r_2r_3}$, on obtient donc

$$\frac{1}{\sqrt{r_3}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} + \frac{1}{\sqrt{r_2}}$$